２年 ― 数　５．三角形の性質と証明

１ページ　定理証明１

△ABC で AB＝AC とする。

また、∠A の二等分線を引き、辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD において、

仮定より、　AB=AC……………………………………………………………………①

また、AD は∠A の二等分線なので

∠BAD＝∠CAD……………………………………………………………………②

また、AD は共通……………………………………………………………………③

①、②、③より２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので△ABD≡△ACD

したがって　∠B=∠C

２ページ　問１

△ABD と△ACE において、

仮定より

AB=AC………………………①

∠BAD=∠CAE ………………②

また、△ABC は二等辺三角形なので

底角は等しいから

∠ABD＝∠ACE ………………③

① ② ③より１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABD≡△ACE

したがって

AD＝AE

3 ページ　定理証明 2

△ABD≡△ACD より

BD＝CD…………………………①

また∠ADB＝∠ADC であり

∠ADB＋∠ADC＝180°なので

∠ADB＝90°

したがって AD⊥BC　②

① ② より BD＝CD，AD⊥BC

4 ページ　問 2

△ABC と△ADC について

仮定より

AB＝AD…………… ①

BC＝DC…………… ②

また、AC は共通…………… ③

①,②,③より 3 組の辺がそれぞれ

等しいので△ABC≡△ADC

ゆえに∠BAO＝∠DAO

△ABD は二等辺三角形であり、

二等辺三角形の頂角の二等分線は、

底辺を垂直に 2 等分するので

AC は線分 BD の垂直二等分線である。

5 ページ　定理証明 3

∠A との二等分線を引き、

辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD において、

仮定から　∠ABD＝∠ACD…………①

AD は∠A の二等分線であるから

∠BAD＝∠CAD………②

三角形の内角の和は180°であるので

①,②から∠ADB＝∠ADC………… ③

また、AD は共通………………………… ④

②,③,④ より、1 組の辺とその両端の角が

それぞれ等しいので

△ABD≡△ACD

したがって AB＝AC なので、

△ABC は二等辺三角形である。

6ページ　問3

△DBCと△ECBについて

仮定より　DB＝EC…………①

またBCは共通………………②

△ABCはAB＝ACの

二等辺三角形であるので

∠DBC＝∠ECB………………………………③

①,②,③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△DBC≡△ECB

したがって　∠PBC＝∠PCB

よって、2つの角が等しいので△PBCは二等辺三角形である。

7ページ　問4　解答

(1) 逆：$a+b=0$　ならば　$a=0$, $b=0$　　正しくない

(2) 逆：同位角∠xと∠y　が等しければ、2直線ℓ, mは平行。　　正しい。

(3) 逆：二等辺三角形は正三角形である　　正しくない

(4) 逆：2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である。　　正しい

(5) 逆：△ABCで、∠B＋∠C＝90°　ならば　∠A＝90°　である。　　正しい

(6) 逆：面積の等しい2つの三角形は合同である。　　正しくない

(7) 逆：2つの対角線の長さが等しい四角形は、長方形である。　　正しくない

8ページ　問5

(1)

△APRと△QPBについて、

仮定より　AP＝QP………………①

PR＝PB………………②

また、∠APR＝∠APQ＋∠QPR

∠QPB＝∠BPR＋∠QPR

正三角形の角なので

∠APQ＝∠BPR＝60°

したがって

∠APR＝∠QPB＝60°＋∠QRP………③

①,②,③より2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△APR≡△QPB

したがって

AR＝QB

(2) 60°

9ページ　問6

△ACE と△ADE について

仮定より

AC＝AD……………………①

∠ACE＝∠ADE＝90°　………②

また AE は共通……………③

①②③より、直角三角形の＊

斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいので

△ACE≡△ADE

したがって

CE＝DE

10ページ　問7

△ABD と△CAE について

仮定より

AB＝CA ……………………………①

∠ADB＝∠CEA＝90°　…………②

また△ACE について

∠CEA＝90°　より

∠ECA＝90°－∠CAE…………③

また直線 ℓ について

∠CAB＝90°　より

∠BAD＝90°－∠CAE …………④

③，④より

∠ECA＝∠BAD……………………⑤

①，②，⑤より直角三角形の斜辺と

1つの鋭角がそれぞれ等しいので

△ABD≡△CAE

したがって DA＝CE，AE＝BD

よって

DE＝DA＋AE

＝CE＋BD