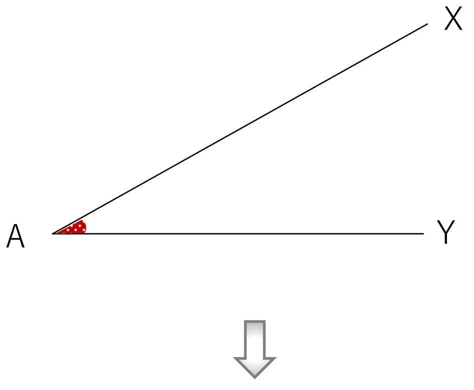
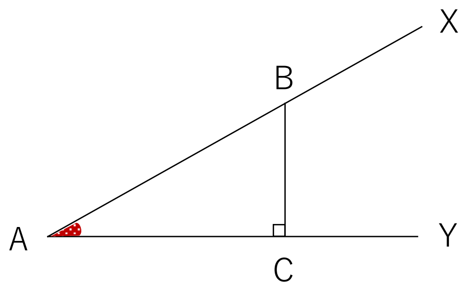
1.　三 角 比

1 つの鋭角∠XAY の大きさが決まっているとします。
（鋭角とは 0° より大きく 90° より小さい大きさの角）



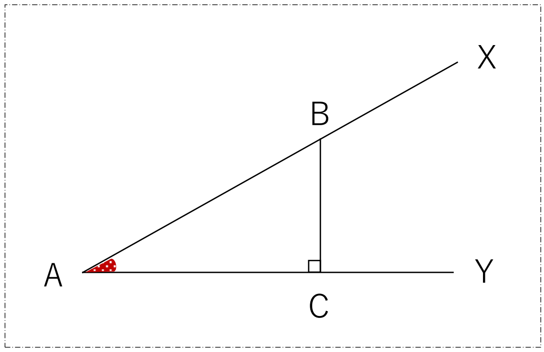


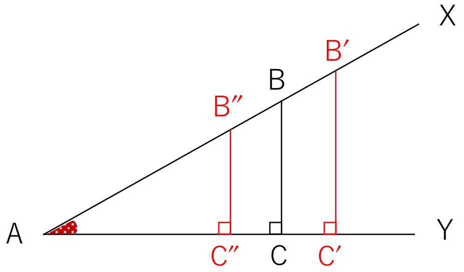
直線 AX 上の好きなところを点 B とし、そこから直線 AY に垂線を下ろしましょう。
（垂直に交わる線を引くとき、「垂線を下す」という言い方もします。）

「垂線の足＊」を点 C とします。
（＊直線 AY と、点 B から直線 AY に垂直に交わるように引いた直線との交点のことです。これらの用語を使えば「点 B から直線 AY に垂線を下ろし、その足を点 C とする」と簡単に言うことができます。）

・点 B 以外にも、直線 AX 上で別の場所に点 B′ や点 B″ をとってみましょう。
そして、点 B′ から直線 AY に垂線を下ろし、
その足を点 C′ 、
点 B″ から直線 AY に垂線を下ろし、
その足を点 C″ としましょう。

右の図に自分でやってみて下さい。





ここで△ABC と△AB’C’と△AB"C”は相似の関係になっています。
（2つの角が等しければ相似です。）

相似なので、この3つの直角三角形の対応する2辺の比は等しくなります。
比と分数は同じようなものです。

すなわち $\frac{BC}{AB}$ と $\frac{B'C'}{AB'}$ と $\frac{B''C''}{AB''}$ はすべて同じ値（$\frac{BC}{AB}=\frac{B'C'}{AB'}=\frac{B''C''}{AB''}$）

また、$\frac{AC}{AB}=\frac{AC'}{AB'}=\frac{AC''}{AB''}$ 、 $\frac{BC}{AC}=\frac{B'C'}{AC'}=\frac{B''C''}{AC''}$ になります。

よって、点Bが直線AX上のどこにあっても

$\frac{BC}{AB}$、$\frac{AC}{AB}$、$\frac{BC}{AC}$ の値はそれぞれ一定で、

∠Aの大きさAだけで定まる値です。

そこで、

$\frac{BC}{AB}$ $\left(=\frac{たて}{ななめ}\right)$ をAの正弦（サイン）といい sinA と表し、
$\frac{AC}{AB}$ $\left(=\frac{よこ}{ななめ}\right)$ をAの余弦（コサイン）といい cosA と表し、
$\frac{BC}{AC}$ $\left(=\frac{たて}{よこ}\right)$ をAの正接（タンジェント）といい tanA と表します。

※正弦、余弦、正接を3つ合わせて三角比といいます。

また、sinA、cosA、tanA などの比の値を、
∠Aの三角比という言い方をします。

※補足）$a:b$について$\dfrac{a}{b}$を「$a:b$の比の値」といいます。

比と言っているのに分数がでてきてとまどう方もいられるかと思いますが、分数の形そのものが比の値を表しているので、比と分数は同じものです。

実際にはそこまで考えなくても、相似の関係から$\dfrac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{\mathrm{AC'}}{\mathrm{AB'}}$などは理解できると思いますので、それで充分です。

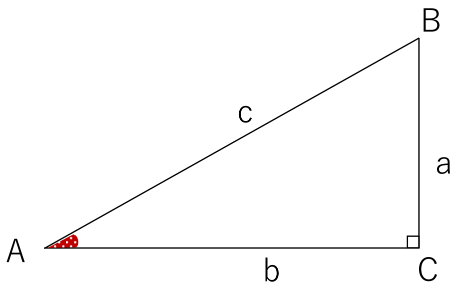
ここまでをまとめます。

直角三角形で他の一鋭角の大きさが決まれば

$\dfrac{\text{〝たて〞}}{\text{ななめ}}$　$\dfrac{\text{〝よこ〞}}{\text{ななめ}}$　$\dfrac{\text{〝たて〞}}{\text{よこ}}$ などの値も 1 つに決まります。

その直角三角形の辺の長さがどうであれ、相似の関係でこれらの比の値は一定なので、∠A の大きさだけで決まります。そしてこれらの比の値を三角比といいます。

〔正弦・余弦・正接〕



①正弦　$\sin A=\dfrac{a}{c}$　$\left(=\dfrac{\text{たて}}{\text{ななめ}}\right)$

②余弦　$\cos A=\dfrac{b}{c}$　$\left(=\dfrac{\text{よこ}}{\text{ななめ}}\right)$

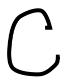
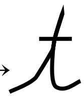
③正接　$\tan A=\dfrac{a}{b}$　$\left(=\dfrac{\text{たて}}{\text{よこ}}\right)$

※さすがにこれらは定義なので覚えなければ始まりません。

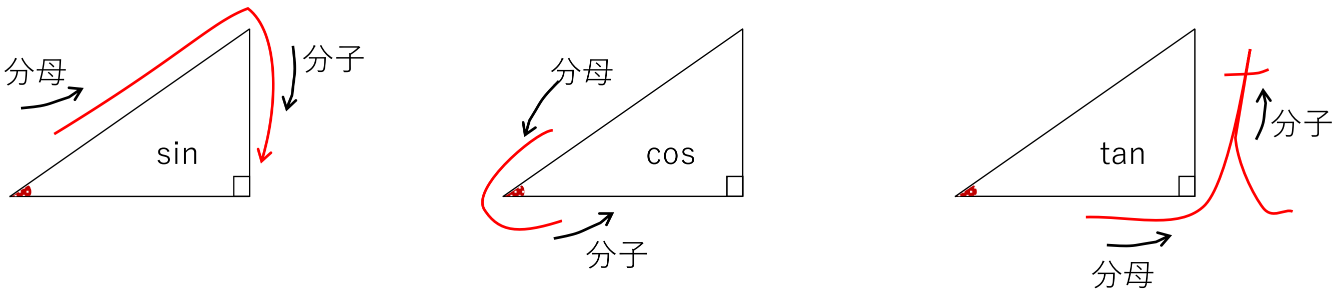
昔は、中学校でアルファベットの筆記体を習っていたので s, c, t の筆記体に合わせて覚えやすかったのですが、今は筆記体を習いませんもんね。

一応紹介しておきますと……

s, c, t の筆記体はそれぞれ

$s \to$  ，　$c \to$  ，　$t \to$  です。

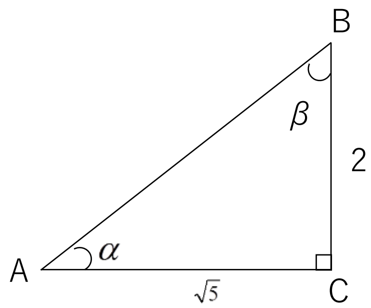
正弦（sin）、余弦（cos）、正接（tan）の覚え方は、それぞれ頭文字の s, c, t の筆記体を、着目する角に合わせて書いて、分母 $\xrightarrow[\text{分の}]{}$ 分子とすればよいです。



〈例題１〉

右図の直角三角形 ABC で、
$\angle a = \alpha$、$\angle b = \beta$ とする。

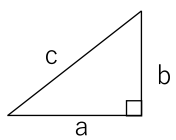
α、β の正弦、余弦、正接の値を、
それぞれ求めよ。



正弦、余弦、正接の値を求めよというのは、
sin、cos、tan を求めよということです。

AB の長さがわからないので、それを求めることからはじめます。
直角三角形なので「三平方の定理」で求められます。

☆三平方の定理



$c^2 = a^2 + b^2$

斜辺の２乗は、他の２辺の２乗の和に等しい。

求めておきましょう。

ABの長さの2乗、すなわちAB×ABをこう表します

$$AB^2 = 2^2 + \sqrt{5}^2$$

$$= 4 + 5 = 9$$

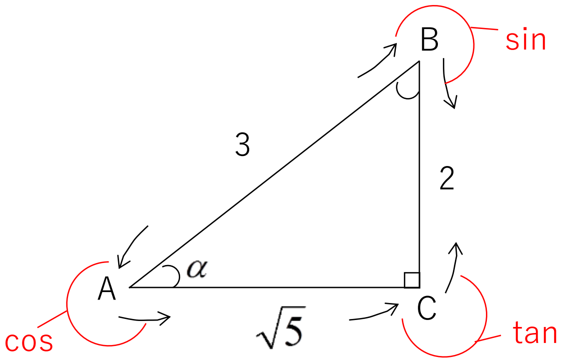
$$\left(\begin{array}{l} 2^2 = 4 \\ \sqrt{5}^2 = 5 \end{array} \right)$$

このくらいは暗算して最初から入れてよいです。

よって $AB = 3$ ………… $x^2 = 9$ のとき $x = \pm 3$ ですが、AB は辺の長さなので正の数なのは当たり前なので、最初から正の数だけ考えればよく、ことわりはいりません。

問題の AB のところに 3 といれておきましょう。

α の方はみやすいので、まずここまで解答しておきます。



（解答）

三平方の定理より　$AB^2 = 4 + 5$

$= 9$

よって $AB = 3$

α について　$\sin\alpha = \dfrac{2}{3}$　，　$\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$　，　$\tan\alpha = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

次に β についてです。

どうしても見づらければ、ひっくり返して書き出す必要があります。